

## 分解因式训练第一篇 提公因式法



1. 分解因式:  $(5a - 2b)(2m + 3p) - (2a - 7b)(2m + 3p)$ .

2. 分解因式:  $mn(m^2 + n^2) - n^2(m^2 + n^2)$ .

3. 分解因式:  $2(p - 1)^2 - 4q(p - 1)$ .

4. 分解因式:  $\frac{3}{2}b^{3n-1} + \frac{1}{6}b^{2n-1}$  ( $n$ 是正整数).

5. 分解因式:  $-2x(x+1) + a(x+1) + (x+1)$ .

6. 分解因式:  $a(x-a) + b(a-x) - (x-a)$ .

7. 分解因式:  $5x^2y - 10xyz + 5xy$ .

9. 分解因式:  $(2x-3y)(3x-2y) + (2y-3x)(2x+3y)$

10. 分解因式:  $(2x+y)^3 - (2x+y)^2 + (2x+y)$ .

11. 分解因式:  $2a^2b(x+y)^2(b+c) - 6a^3b^3(x+y)(b+c)^2$ .

12. 分解因式:  $12a^3x^3 + 6abx^2y - 15acx^2$ .

13. 分解因式:  $(2x+y)^3 - (2x+y)^2 + (2x+y)$ .

14. 分解因式:  $6p(x-1)^3 - 8p^2(x-1)^2 - 2p(1-x)^2$ .

15. 分解因式:  $(x+y)^2(b+c) - (x+y)(b+c)^2$ .

16. 分解因式:  $2(x+y) + 6(x+y)^2 - 4(x+y)^3$ .

17. 分解因式:  $8x^4y^3z^2 - 6x^5y^2$ .

18. 分解因式:  $-3ma^3 + 6ma^2 - 12ma$ .

19. 分解因式:  $2a(a-3)^2 - 6a^2(3-a) - 8a(a-3)$ .

20. 分解因式:  $m(m-n)^5 + n(n-m)^5$ .

21. 分解因式:  $10a(x-y)^2 + 5ax(y-x)$ .

22. 分解因式:  $-15x^3y + 75y^2x - 100xy$ .

23. 分解因式:  $x^{15} + x^{14} + \cdots + x + 1$ .

24. 分解因式:  $1 + a + a(a+1) + a(a+1)^2 + a(a+1)^3 + \cdots + a(a+1)^{2021}$

## 分解因式训练第二篇 公式法



1. 分解因式:  $(a+x)^4 - (a-x)^4$

2. 分解因式:  $4a^2b^2 - (a^2 + b^2)^2$ .

3. 分解因式:  $(p+q)^3 - 3(p+q)^2(p-q) + 3(p+q)(p-q)^2 - (p-q)^3$ .

4. 分解因式:  $x^2 + 9y^2 + 4z^2 - 6xy + 4xz - 12yz$ .

5. 分解因式:  $a^2 + b^2 + c^2 + 2ab - 2ac - 2bc$ .

6. 分解因式:  $9a^2 + x^{2n} + 6a + 2x^n + 6ax^n + 1$ .

7. 分解因式:  $a^{n+2} + 8a^n + 16a^{n-2}$ .

8. 分解因式:  $x^2(a+b)^2 - 2xy(a^2 - b^2) + y^2(a-b)^2$ .

9. 分解因式:  $64x^6y^3 + y^{15}$ .

10. 分解因式:  $32a^3b^3 - 4b^9$ .

11. 分解因式:  $8a^3b^3c^3 - 1$ .

12. 分解因式:  $(5x^2 + 2x - 3)^2 - (x^2 - 2x - 3)^2$ .

13. 分解因式:  $16x^5 - x$ .

14. 分解因式:  $a^4 - b^4$ .

15. 分解因式:  $a^6 - b^6$ .

16. 分解因式:  $a^6 + b^6$ .

17. 分解因式:  $x^8 - y^8$ .

18. 分解因式:  $(3a^2 - b^2)^2 - (a^2 - 3b^2)^2$ .

19. 分解因式:  $20a^3x^3 - 45axy^2$ .

20. 分解因式:  $-81a^4b^4 + 16c^4$ .

21. 分解因式:  $4y^2 - (2z - x)^2$ .

22. 分解因式:  $16 - (3a + 2b)^2$ .

23. 分解因式:  $729a^6 - 243a^4 + 27a^2 - 1$ .

24. 分解因式:  $8x^3 + 27y^3 + 36x^2y + 54xy^2$ .

25. 分解因式:  $4a^2 + 9b^2 + 9c^2 - 18bc - 12ca + 12ab$ .

26. 分解因式:  $8a - 4a^2 - 4$ .

27. 分解因式:  $9x^2 - 24xy + 16y^2$

28. 分解因式:  $9x^5 - 72x^2y^3$ .

29. 分解因式:  $-(3a^2 - 5b^2)^2 + (5a^2 - 3b^2)^2$ .

30. 分解因式:  $75x^6y - 12x^2y^5$ .

31. 分解因式:  $9(m - n)^2 - 4(m + n)^2$ .

## 分解因式训练第3篇 分组分解法



1. 分解因式:  $x^2 + ax^2 + x + ax - 1 - a$ .

2. 分解因式:  $ax^3 + x + a + 1$ .

3. 分解因式:  $x^3 - 2x^2 - x + 2 + x^5 - 2x^4$ .

4. 分解因式:  $x^4 + x^3 + 2x^2 + x + 1$ .

5. 分解因式:  $ax - by - bx + ay$ .

6. 分解因式:  $ax(y^3 + b^3) + by(bx^2 + a^2y)$ .

7. 分解因式:  $(a + b)^2 + (a + c)^2 - (c + d)^2 - (b + d)^2$ .

8. 分解因式:  $x^4 + x^3y + xz^3 + yz^3$ .

9. 分解因式:  $x^2y^2z^2 - x^2z - y^2z + 1$ .

10. 分解因式:  $x^2y^2 - x^2z^2 - y^2z^2 + z^4$ .

11. 分解因式:  $a^2b^2 - a^2 - b^2 + 1$ .

12. 分解因式:  $a^4 - a^3b - ab^3 + b^4$ .

13. 分解因式:  $a^4 + a^3b - ab^3 - b^4$ .

14. 分解因式:  $acx^3 + bcx^2 + adx + bd$ .

15. 分解因式:  $x^3 + bx^2 + ax + ab$ .

16. 分解因式:  $x(x+z) - y(y+z)$ .

17. 分解因式:  $a(1-b)^2 - 1 + 2b - b^2$ .

18. 分解因式:  $4a^2 - b^2 + c^2 - 9d^2 + 4ac + 6bd$ .

19. 分解因式:  $x^3 + y^3 + x^2 + 2xy + y^2$ .

20. 分解因式:  $x^3 - x + y^3 - y$ .

21. 分解因式:  $2(x^2 - 3ab) + x(4a - 3b)$ .

22. 分解因式:  $32ac^2 + 15cx^2 - 48ax^2 - 10c^3$ .

23. 分解因式:  $a^2b^3 - abc^2d + ab^2cd - c^3d^2$ .

24. 分解因式:  $abx^2 + bxy - axy - y^2$ .

25. 分解因式:  $4x(a^2 + x^2) - a^2 - x^2$ .

26. 分解因式:  $a(1 - b + b^2) - 1 + b - b^2$ .

27. 分解因式:  $x^4 + x^3 + x^2 - 1$ .

28. 分解因式:  $ax - ay + bx + cy - cx - by$ .

29. 分解因式:  $ab(c^2 - d^2) - (a^2 - b^2)cd$

30. 分解因式:  $x^3 + x^2 - y^3 - y^2$ .

31. 分解因式:  $x^3 + x^2 + x - 3$ .

32. 分解因式:  $x^4 + x^3 + 2x^2 + x + 1$ .

33. 分解因式:  $ax^3 + x + a + 1$ .

34. 分解因式:  $-1 - 2x - x^2 + y^2$ .

35. 分解因式:  $ac^2 + bd^2 - ad^2 - bc^2$ .

36. 分解因式:  $x^3 - 2x^2 - x + 2 + x^5 - 2x^4$

## 分解因式训练第4篇 拆添项法



1. 分解因式:  $x^4 + 4$

2. 分解因式:  $x^4 + 2^6$ .

3. 分解因式:  $x^2 - y^2 + 2x + 6y - 8$ .

4. 分解因式:  $x^4 - 4x + 3$ .

5. 分解因式:  $x^4 - 3x^2 + 1$ .

6. 分解因式:  $x^4 - 23x^2 + 1$ .

7. 分解因式:  $x^4 - 47x^2 + 1$ .

8. 分解因式:  $x^8 + x^4 + 1$ .

9. 分解因式:  $x^{12} - 3x^6 + 1$ .

10. 分解因式:  $-14x^2y^2 + x^4 + y^4$ .

11. 分解因式:  $x^4 - 7x^2y^2 + 81y^4$ .

12. 分解因式:  $a^4 + a^2b^2 + b^4$ .

13. 分解因式:  $a^3 + 3a^2 + 3a + 2$ .

14. 分解因式:  $a^3 + 3a^2 + 3a + b^3 + 3b^2 + 3b + 2$ .

15. 分解因式:  $(x+1)^4 + (x^2-1)^2 + (x-1)^4$ .

16. 因式分解:  $x^3 + 3x^2 + 5x + 6$ .

17. 因式分解:  $9x^4 + 5x^2 + 1$ .

18. 分解因式:  $9x^2 - 6x - y^2 + 4y - 3$

19. 分解因式:  $4x^3 - 31x + 15$ .

20. 计算:  $y(x - y + 10) - 2(x + 8)$ .

21. 分解因式:  $x^4 + x^3 - 3x^2 - 4x - 4$ .

22. 分解因式:  $a^2 - 4ab + 3b^2 + 2bc - c^2$ .

23. 因式分解:  $m^4 + 4n^4$ .

24. 分解因式:  $2x^3 - 5x^2 + 5x - 3$ .

25. 分解因式:  $-a^4 - b^4 - c^4 + 2a^2b^2 + 2b^2c^2 + 2c^2a^2$ .

26. 因式分解:  $a^3 + b^3 + c^3 - 3abc$

## 分解因式训练第5篇 十字相乘法



1. 分解因式:  $x^2 - 5x + 6$ .

2. 分解因式:  $x^2 - 7x + 6$ .

3. 分解因式:  $x^2 + 7x + 6$ .

4. 分解因式:  $x^2 + 7x - 8$ .

5. 分解因式:  $x^2 - x - 6$ .

6. 分解因式:  $x^2 + 144y^2 - 25xy$ .

7. 分解因式:  $-x^2 + x + 56$ .

8. 分解因式:  $2x^2 - 5x + 3$ .

9. 分解因式:  $6x^2 - 13x + 6$ .

10. 分解因式:  $6x^2 - 7xy + 2y^2$ .

11. 分解因式:  $12x^2 - 19xy + 7y^2$ .

12. 分解因式:  $(b+c)x^2 - (b^2 + c^2 + 3bc)x + bc(b+c)$ .

13. 分解因式:  $a(a+1)x^2 + (2a^2 + 2a + 1)x + a(a+1)$ .

14. 分解因式:  $6x^2 - 3y^2 - 2z^2 - 7xy - xz + 7yz$ .

15. 分解因式:  $4x^2 - 4xy + y^2 + 6x - 3y - 10$ .

16. 分解因式:  $x^2 + 3xy + 2y^2 + 5yz + 4zx + 3z^2$ .

17. 分解因式:  $x^2 - 3y^2 - 8z^2 + 2xy + 2xz + 14yz$ .

18. 分解因式:  $3x^2 + 4xy - 4y^2 + 8x - 8y - 3$ .

19. 分解因式:  $x^2 - y^2 + 5x + 3y + 4$ .

20. 分解因式:  $a^2 - 2ab - 3b^2 + 12b - 9$ .

21. 分解因式:  $x^2 - y^2 + 5x + 3y + 4$ .

22. 分解因式:  $a^2 + 2b^2 + 3c^2 + 3ab + 4ac + 5bc$ .

23. 分解因式:  $x^2 - 6xy + 9y^2 - 5xz + 15yz + 6z^2$

## 分解因式训练第6篇 主元法



1. 分解因式:  $a^3 + (1 - b)a^2 - 2ab + b^2$ .

2. 分解因式:  $a^3 - a^2b - 2ab + b^2 - 1$ .

3. 分解因式:  $x^2 - a(3x - 2a + b) - b^2$ .

4. 分解因式:  $(1 - 2a - a^2)b + a(a - 1)(2b^2 - 1)$ .

5. 分解因式:  $(a+b)c^3 - (a^2+ab+b^2)c^2 + a^2b^2$ .

6. 分解因式:  $4x^2 + 6xy - 4y^2 + 15x - 10y - 4$

7. 分解因式:  $mx^2 + m^2x + x^2 + 3mx - 2m - 4$ .

8. 分解因式:  $b^3 + 2ab^2 + a^2b + ac^2 + c^3$ .

9. 分解因式:  $b^3 - 2ab^2 + a^2b - a + 1$ .

10. 分解因式:  $m^2x^2 - mx^2 - 2mx + x + 1$ .

11. 分解因式:  $a^3b^2 + 2a^2b + ab + a + 1$ .

12. 分解因式:  $2a^2 - b^2 - ab + bc + 2ac$ .

13. 分解因式:  $6x^2 - 5xy - 6y^2 - 2xz - 23yz - 20z^2$ .

14. 分解因式:  $a^2b + ab^2 + b^2c + bc^2 + c^2a + ca^2 + 2abc$ .

15. 分解因式:  $a^2b - ab^2 + a^2c - ac^2 - 3abc + b^2c + bc^2$ .

## 分解因式训练第7篇 换元法



1. 分解因式:  $(x^2 + 5x + 2)(x^2 + 5x + 3) - 12$ .

2. 分解因式:  $(x^2 + 8x + 7)(x^2 + 8x + 15) + 16$ .

3. 分解因式:  $(x^2 - x - 3)(x^2 - x - 5) - 3$ .

4. 分解因式:  $(x - 2)^3 - (y - 2)^3 - (x - y)^3$

5. 分解因式:  $(x^2 + 4x + 8)^2 + 3(x^2 + 4x + 8) + 2$ .

6. 分解因式:  $(x^2 + 4x + 8)^2 + 3x(x^2 + 4x + 8) + 2x^2$ .

7. 分解因式:  $(x + y)^2 + 6x + 6y + 9$ .

8. 分解因式:  $(x + 1)(x + 2)(x + 3)(x + 4) + 1$ .

9. 分解因式:  $(x + 1)(x + 3)(x + 5)(x + 7) + 15$ .

10. 分解因式:  $(a^2 - 1)(a - 2)(a - 4) - 72$ .

11. 分解因式:  $(x^2 + 3x + 2)(3 + 8x + 4x^2) - 90$ .

12. 分解因式:  $(a^2 + 1)^2 + (a^2 + 5)^2 - 4(a^2 + 3)^2$ .

13. 分解因式:  $(a + b - 2ab)(a + b - 2) + (1 - ab)^2$ .

14. 分解因式:  $(a - b + 1)^3 - (c + 1 - b)^3 + (c - a)^3$

15. 因式分解:  $(x^2 + xy + y^2)^2 - 4xy(x^2 + y^2)$ .

## 分解因式训练第8篇 因式定理法



1. 分解因式:  $x^3 + 4x^2 - 5$ .

2. 分解因式:  $x^3 - 9x^2 + 26x - 24$ .

3. 分解因式:  $x^3 + 6x^2 + 11x + 6$ .

4. 分解因式:  $2x^3 - x^2 - 5x - 2$ .

5. 分解因式:  $2x^3 - 5x^2 + 5x - 3$ .

6. 分解因式:  $3x^3 + x^2 + x - 2$ .

7. 分解因式:  $x^4 + 2x^3 - 3x^2 - 4x + 4$ .

8. 分解因式:  $2x^4 + x^3 + 7x^2 + 4x - 4$ .

9. 分解因式:  $6x^4 + 5x^3 + 3x^2 - 3x - 2$ .

10. 分解因式:  $2x^5 + 7x^4 + 12x^3 + 14x^2 + 10x + 3$ .

11. 分解因式:  $x^3 - \frac{5}{3}x^2 - \frac{11}{3}x - 1$ .

12. 分解因式:  $3x^3 - 5x^2y + xy^2 + y^3$ .

13. 分解因式:  $6x^3 - 5x^2y - 3xy^2 + 2y^3$ .

14. 分解因式:  $8x^3 + 4(a + b + c)x^2 + 2(ab + bc + ca)x + abc$ .



5. 当 $m$ 取何值时, 多项式 $12x^2 - 10xy + 2y^2 + 11x - 5y + m$ 可以分解成两个一次因式的积.

6. 若多项式 $x^2 + xy - 2y^2 + 8x + 10y + k$ 可以分解为两个关于 $x, y$ 的一次因式的乘积, 则 $k =$ \_\_\_\_\_.

7. 当 $m, n$ 分别为何值时, 多项式 $x^4 - 5x^3 + 11x^2 + mx + n$ 能被 $x^2 - 2x + 1$ 整除.

8. 已知多项式 $4x^4 + 4x^3 + ax^2 - 6x + b$ 是完全平方式, 求 $a$ 和 $b$ 的值.

9. 已知 $x^2 - x - 1$ 是 $ax^3 + bx^2 + 1$ 的一个因式, 则 $b$ 的值为\_\_\_\_\_.

10. 若 $x^2 + 2x + 3$ 是 $x^4 + ax^2 + b$ 的一个因式,  $a$ 的值为\_\_\_\_\_,  $b$ 的值为\_\_\_\_\_.

11. 已知 $x^2 - 3x - 1$ 是 $x^4 - ax^3 + 7x^2 + bx - 2$ 的一个因式, 则 $ab =$ \_\_\_\_\_.

12. 已知多项式 $2x^4 + ax^3 + bx^2 + 3x - 3$ 能被多项式 $x^2 - 3$ 整除, 求 $a, b$ 及因式分解结果.

13. 分解因式:  $x^4 + x^3 + x^2 + 2$ .

14. 因式分解:  $x^4 - 3x^2 - 4x - 3$ .

15. 分解因式:  $x^4 + x^3 + 2x^2 - x + 3$ .